■付録1　テキスト抜粋

4章 境界非線形(接触)

4.1 クーロン摩擦

クーロン摩擦の基本形は、

$$\boldsymbol{t}_T = -\mu |N| \frac{\boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{v}|} \tag{4.1-1}$$

のように表現される。ここで、 $\boldsymbol{t}_T$ は、動摩擦力、 μ は、動摩擦係数、 N は、面からの垂直抗力、 $\boldsymbol{v}$ は、面上での(相対的)移動速度である。式(4.1-1)は、

・移動速度に非依存

・向きは、移動方向と反対

・垂直抗力に比例

と言う性質を表現している。

4.2 クーロン摩擦の数値的安定性

クーロン摩擦力は、移動速度ゼロを境として、正から負、又は負から正に不連続に変化する。この不連続性の為に、数値的な不安定を生じることが有り、シグモイド関数のように滑らかな連続関数で近似することにより、数値的な安定性を向上させる場合がある。

尚、シグモイド関数とは、

$$\varsigma = \frac{1}{1+e^{-ax}} \tag{4.1-2}$$

で表される実関数であり、ゲイン a = 5 の時、図 4.2-1 の形状である。 ς は、σの語末形である。

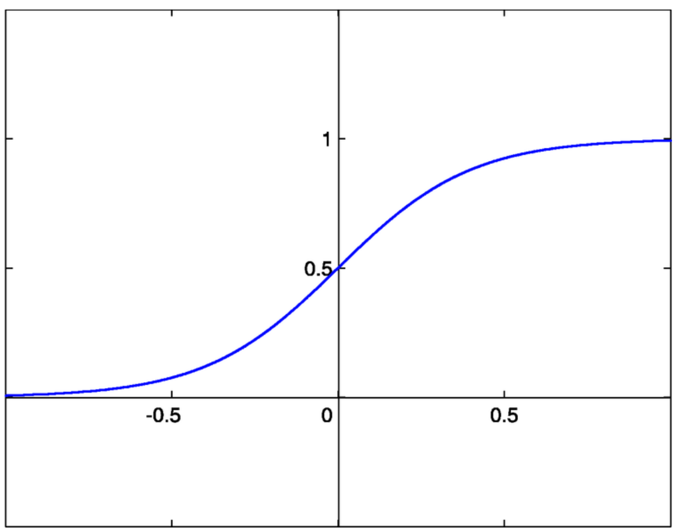

図 4.2-1 シグモイド関数(ゲイン a = 5 の時、Wikipedia より)

例えば、

$$\frac{|\boldsymbol{v}|}{\sqrt{|\boldsymbol{v}|^2+\alpha}} \tag{4.1-3}$$

$$\tanh\left(\frac{|\boldsymbol{v}|}{\alpha}\right) \tag{4.1-4}$$

は、 $|\boldsymbol{v}|=0$ の時 0、十分大きな $|\boldsymbol{v}|$ に対して 1 となり、 $|\boldsymbol{v}|$ の増大とともに 0 から 1 迄滑らかに変化する関数であり、 α の値により、立ち上がりの角度を調整可能な為、しばしば用いられる。tanh は双曲線関数と呼ばれ、図 4.2-2 にその形状を示す。

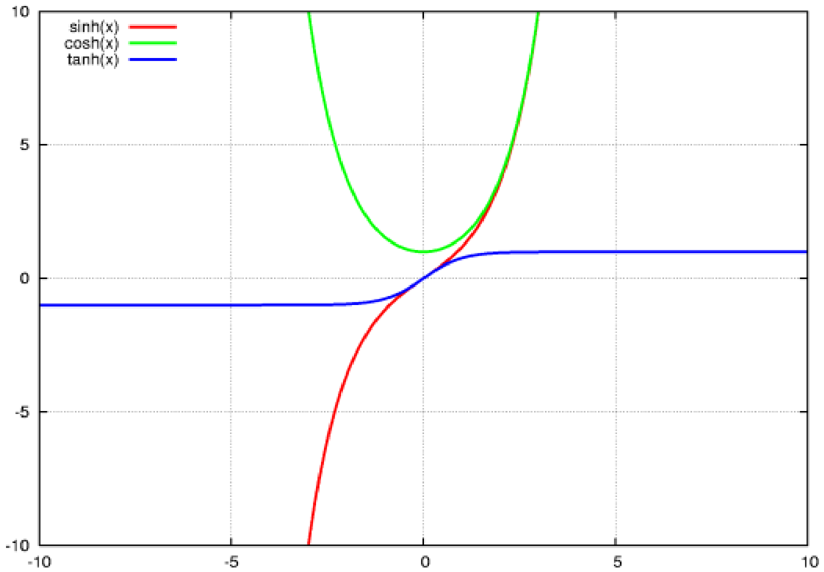

図 4.2-2 双曲線関数の形状(Wikipedia より)

4.3 点接触と面接触の比較

表 4.3-1 に点接触と面接触の比較を示す。

表 4.3-1 点接触と面接触の比較

比較項目	点接触	面接触
代表的手法	ギャップ要素	マスタースレーブ法
節点の整合性	取る必要有り	取る必要無し
精度	メッシュが細かく	スレーブ節点の接触による拘束は、マスター面によって決められ、

■付録2　暗記項目集抜粋

A3. 暗記項目集-3

(1)運動方程式(6-1)

(a)マトリクスとベクトルの掛算の結果単位が[力]に成るような物でなくてはならない。

(2)直接積分法(ニューマーク・ベータ法)(6-2)

(a)ニューマーク・ベータ法は陰解法である。

(b)δ= 1/2 の時、β□1/4 で、無条件安定と成る。

(c)δ= 1/2 の時、β=1/4 で、定加速度法と成る。

(d)δ= 1/2 の時、β=1/6 で、線形加速度法と成る。

(3)中心差分法(6-3)

(a)中心差分法は多段法である。

(b)中心差分法は直前の 2 つの時刻の結果を用いる為、2 段法と呼ばれる。

(c)各項が同じ次元である事を考慮すると、分母の Δt は自乗の形ではないといけない事が分かる。

(d)減衰は無視してある。

(4)陰解法・陽解法(6-4)

(a)中心差分法に於いて、集中質量マトリクスを用い、かつ減衰を無視すると、係数マトリクスの逆行列の計算を要しない陽解法となる。

(b)ニューマーク・ベータ法は、陰解法であり、係数マトリクスの逆行列の計算を要する。 ニューマーク・ベータ法は例え質量マトリクスを対角化しても、剛性マトリクスが残る為、陰解法のみが可能である。

(c)一般に、1 時間ステップ当たりの計算量は、陽解法の法が少ない。

(d)集中質量マトリクスは、整合質量マトリクスを対角化して得られる。

(5)安定条件(6-5)

(a)陰解法には無条件安定な解法があり、時間刻み幅　Δt　を大きく取る事が出来るのに対して、陽解法は、条件安定な解法である。

(b)陽解法に於いては、解が安定して求まる為には、縦弾性波の速度 v と時間刻み　Δt　、要素の長さ　l_e　との間に凡そ　$v\Delta t< l_e$　が、成り立たねばならない。

(6)マルチタイムステップ法(6-6)

(a)条件安定な陽解法により、動解析を行う際には、均等メッシュを用いる事が望ましい。しかし、メッシュ規模の制限や静解析メッシュの流用等に因り、使用するメッシュに含まれる要素のサイズに大きな差が有る場合には、領域毎に時間刻み幅　Δt　を変えるマルチタイムステップ法が有効な場合が有る。

サブサイクリング法と呼ぶ事も有る。

(7)安定条件(6-7)

(a)応力波の伝播速度 v は、材料の質量密度を ρ 、応力を σ 、歪を ε とすると、

$$v \propto \sqrt{\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\frac{1}{\rho}} \qquad \text{(VI-1)}$$

ので、材料密度が大きい程、応力波が、1 要素を通過する時間は長くなる(速度が遅くなる)。また、弾性の場合は、 $d\sigma/d\varepsilon=E$ なので、式(VI-1)は、

$$v \propto \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad \text{(VI-2)}$$

となる。

(b)一般の金属材料では、塑性すると剛性が下がる為、(弾性波の伝播速度) > (塑性波の伝播速度)であり、時間増分を決める場合には、より速い弾性波を基準に考える。

(c) 金属以外の材料で、変形に伴って要素形状が小さくなり、しかも応力-歪線図の勾配が、ヤング率より大きくなるような場合は、(通常の想定と逆なので)汎用の衝突解析ソフトウェアに実装された、自動時間増分設定を修正した方が良い。

(d)「計算に用いる時間増分は、応力波が 1 要素を伝播する通過時間よりも小さくなければならない」と言う条件をクーラン(Couran-Fredriches-Levy)条件と呼ぶ。

(8)安定条件(6-8)

(a)自動車の衝突計算等で、陽解法を用いる場合には、クーラン条件を満足するように時間増分を設定する。一般にこの時間増分は、微小な値となる為、1 時間サイクル当たりの計算時間を短くするように低減積分要素を用いる事が推奨されている。

(b)三次元問題の場合、低減積分要素を用いた場合の計算時間は、完全積分要素を用いた場合に比べて一般に数分の 1 程度に成るとされている。

(c)低減積分要素を用いると、アワーグラスモードが誘発される事が有る為、アワーグラスモードの発生制御の為の人口粘性(アワーグラス係数)が導入されている。多くの場合、アワーグラスモードが生じても計算を継続出来るので、得られた計算結果を詳細に観察する必要がある。

(d)アワーグラスモード発生を抑制する為、人口粘性(アワーグラス係数)を適当に決めて入力する。この人口粘性に因り生じたエネルギがアワーグラスエネルギで有り、このエネルキーはアワーグラス発生が大きい程大きく成る。

(e)アワーグラスグラスモードの確認方法には、一般には、変形状態の目視によるアワーグラス変形の有無の確認及びアワーグラスエネルギの値の評価等が有る。過大なアワーグラスエネルギの発生は計算精度を著しく低下させると考えなければいけない(計算結果を信用してはいけない)。

(9)衝突計算におけるエネルギ(6-9)->丸覚え以外はこの応用問題は捨てた方が良い。解説が明瞭で無い。

